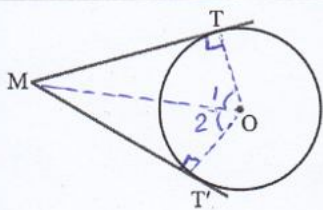




## لطفا در این قسمت چیزی ننویسید

ثابت کنید طول دو مماس رسم شده بر دایره باهم برابرند و خط OM نیمساز O میباشد.



$$\begin{cases} OT = OT' = R \\ T = T' = 90^\circ \\ OM = OM \text{ (وتر مشترک)} \end{cases}$$

وتر وضع

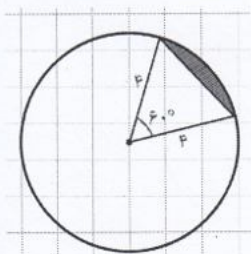
$$\triangle OMT \cong \triangle OMT'$$

$$MT = MT'$$

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

۱/۵

مساحت ناحیه هاشور خورده را محاسبه کنید.



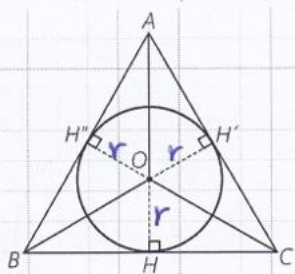
$$S_{\text{قطاع}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi (4)^2 \times 60}{360} = \frac{16\pi}{6} = \frac{8\pi}{3}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$S_{\text{هاشور}} = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$$

۲

با توجه به شکل رابطه زیر را ثابت کنید. (S مساحت مثلث و p نصف محیط میباشد)



$$S = pr$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OBC}$$

$$S = \left(\frac{1}{2} AB \times r\right) + \left(\frac{1}{2} AC \times r\right) + \left(\frac{1}{2} BC \times r\right)$$

$$S = \frac{1}{2} r (AB + AC + BC)$$

$$S = \frac{1}{2} r \times p$$

$$S = r \cdot p$$

۷

۱/۵

۸ شعاع دایره محاطی داخلی و خارجی را در مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۸ محاسبه کنید.

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (8)^2 = 16\sqrt{3}$$

$$P = \frac{8+8+8}{2} = 12$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{16\sqrt{3}}{12} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{16\sqrt{3}}{12-8} = \frac{16\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

۱/۵

۹ فاصله خط مرکزین دو دایره متخارج ۱۳ واحد است. اگر طول مماس مشترک خارجی ۱۲ باشد با فرض اینکه شعاع دایره کوچک ۵ باشد شعاع دایره بزرگ را حساب کنید.

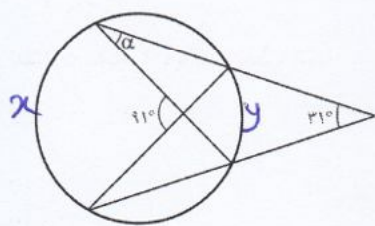
$$TT' = \sqrt{d^2 - (R-R')^2}$$

$$12 = \sqrt{13^2 - (R-5)^2} \xrightarrow{\text{بهر توان ۲}} 144 = 169 - (R-5)^2$$

$$+25 = -(R-5)^2$$

$$5 = R-5 \rightarrow \boxed{R=10}$$

۱/۵

۱۰ مقدار زاویه  $a$  را محاسبه کنید.

$$\hat{a} = \frac{y}{2}$$

$$91^\circ = \frac{x+y}{2} \rightarrow x+y=182$$

$$31 = \frac{x-y}{2} \rightarrow x-y=62$$

$$2x = 244 \rightarrow x = 122^\circ$$

$$x+y=182 \rightarrow y=60^\circ$$

$$a = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

۱

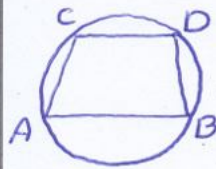
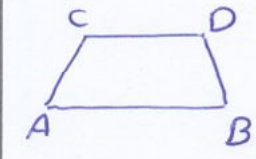
۱۱ اگر شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث  $rc$  و  $ra$  و  $rb$  باشد با فرض اینکه  $r$  شعاع دایره محاطی داخلی باشد. ثابت کنید...

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{\frac{S}{P-a}} + \frac{1}{\frac{S}{P-b}} + \frac{1}{\frac{S}{P-c}} = \frac{P-a+P-b+P-c}{S} = \frac{3P - (a+b+c)}{S} = \frac{P}{S}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{S} = \frac{P}{S}$$

# لطفا در این قسمت چیزی ننویسید

۲	ثابت کنید یک ذوزنقه محاطی است اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد.	۱۲
	<p>فرض: ذوزنقه محاطی است</p> <p>حکم: ذوزنقه متساوی الساقین است</p>  $\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \quad \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \quad \hat{C} = \hat{D}$ $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \quad A = \hat{D}$ <p>فرض: ذوزنقه متساوی الساقین است</p> <p>حکم: ذوزنقه محاطی است</p>  $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \quad \hat{A} = \hat{B} \quad \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \quad \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$	
	موفق باشید	